

***МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ***

**Московский государственный университет экономики,  
статистики и информатики**

**Московский международный институт эконометрики,  
информатики, финансов и права**

---

**Никишкин В.А.**

**Максюков Н.И.**

**Малахов А.Н.**

**Практикум по дисциплине  
«Высшая математика»**

**Москва, 2001**

Никишкин В.А., Максюков Н.И., Малахов А.Н. Практикум по дисциплине «Высшая математика» / Моск. гос. ун-т экономики, статистики и информатики. – М., 2001 - 16 с.

© Никишкин Валерий Александрович, 2001 г.

© Максюков Николай Иванович, 2001 г.

© Малахов Александр Николаевич, 2001 г.

© Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2001 г.

© Московский международный институт эконометрики, информатики, финансов и права, 2001г.

## Контрольные работы

По всем специальностям кроме юриспруденции по дисциплине “Высшая математика” студент должен выполнить четыре контрольные работы.

Контрольные работы выполняются в соответствии с приведенной ниже таблицей №1. Номер выполняемого варианта должен совпадать с последней цифрой учебного шифра студента.

**Таблица №1.**

вари- ант	номера задач контрольного задания										
	контрольная работа №1					контрольная работа №2					
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91	101
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	102
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93	103
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94	104
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96	106
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97	107
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98	108
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	109
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
контрольная работа №3						контрольная работа №4					
1	111	121	131	141		151	161	171	181		
2	112	122	132	142		152	162	172	182		
3	113	123	133	143		153	163	173	183		
4	114	124	134	144		154	164	174	184		
5	115	125	135	145		155	165	175	185		
6	116	126	136	146		156	166	176	186		
7	117	127	137	147		157	167	177	187		
8	118	128	138	148		158	168	178	188		
9	119	129	139	149		159	169	179	189		
10	120	130	140	150		160	170	180	190		

Юристы выполняют две контрольные работы, соответствующие таблице №2.

**Таблица №2.**

вари- ант	номера задач контрольного задания										
	контрольная работа №1					контрольная работа №2					
1	1	41	51	71	81	91	111	131	161	171	181
2	2	42	52	72	82	92	112	132	162	172	182
3	3	43	53	73	83	93	113	133	163	173	183
4	4	44	54	74	84	94	114	134	164	174	184
5	5	45	55	75	85	95	115	135	165	175	185
6	6	46	56	76	86	96	116	136	166	176	186
7	7	47	57	77	87	97	117	137	167	177	187
8	8	48	58	78	88	98	118	138	168	178	188
9	9	49	59	79	89	99	119	139	169	179	189
10	10	50	60	80	90	100	120	140	170	180	190

### Задания для контрольных работ

**1-10.** Даны вершины  $A(X_1;Y_1)$ ,  $B(X_2;Y_2)$ ,  $C(X_3;Y_3)$  треугольника  $ABC$ . Требуется найти:

- а) уравнение стороны  $AC$
- б) уравнение высоты, проведенной из вершины  $B$
- в) длину высоты, проведенной из вершины  $A$
- г) величина (в радианах) угла  $B$
- д) уравнение биссектрисы угла  $B$ .

1.  $A(5;3)$ ,  $B(-11;-9)$ ,  $C(-4;15)$ .

2.  $A(-7;2)$ ,  $B(5;-3)$ ,  $C(8;1)$ .

3.  $A(1;-15)$ ,  $B(6;-3)$ ,  $C(2;0)$ .

4.  $A(-8;3)$ ,  $B(4;-2)$ ,  $C(7;2)$ .

5.  $A(6;3)$ ,  $B(-10;-9)$ ,  $C(-3;15)$ .

6.  $A(-9;6)$ ,  $B(3;1)$ ,  $C(6;5)$ .

7.  $A(20;5)$ ,  $B(-4;12)$ ,  $C(-8;9)$ .

8.  $A(-3;-7)$ ,  $B(2;5)$ ,  $C(-2;8)$ .

9.  $A(10;1)$ ,  $B(-6;13)$ ,  $C(1;-11)$ .

10.  $A(0;-9)$ ,  $B(5;3)$ ,  $C(1;6)$ .

11. Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки  $A(2;-2)$  вдвое меньше, чем от прямой  $X+1=0$ .

12. Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки  $A(2;-2)$  вдвое больше, чем от прямой  $X+1=0$ .

13. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки  $A(3;1)$  и от прямой  $Y+5=0$ .

14. Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки  $A(3;4)$  в два раза больше, чем от точки  $B(6;7)$ .

15. Составить уравнение геометрического места точек, являющихся центрами окружностей, проходящих через точку  $A(3;2)$  и касающихся оси  $OX$ .

16. Составить уравнение геометрического места центров окружностей, проходящих через точку  $A(-4;2)$  и касающихся оси  $OY$ .

17. Составит уравнение линии, сумма расстояния точек которой от точек  $A(2;4)$  и  $B(-4;4)$  равна 8.

18. Составить уравнение линии, сумма расстояния точек которой от точек  $A(2;-2)$  и  $B(2;4)$  равна 8.

19. Составить уравнение линии, каждая точка которой вдвое ближе к точке  $A(-4;3)$ , чем к точке  $B(1;-2)$ .

20. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от прямой  $X+6=0$  и от начала координат.

21. Составить уравнение эллипса, симметричного относительно осей координат, с фокусами на оси  $OX$ , если большая ось его равна 8, а расстояние между директрисами равно 16.

- 22.** Составить уравнение эллипса, симметричного относительно осей координат, с фокусами на оси ОХ, если расстояние между фокусами равно 6, а эксцентриситет равен  $3/5$ .
- 23.** Составить уравнение эллипса, симметричного относительно осей координат, с фокусами на оси ОХ, если малая его ось равна 24, а расстояние между фокусами равно 10.
- 24.** Составить уравнение гиперболы, симметричной относительно координатных осей, с фокусами на оси ОХ, если уравнение асимптот:  $y = \pm \frac{3x}{4}$ , а расстояние между фокусами равно 20.
- 25.** Составить уравнение гиперболы, симметричной относительно координатных осей, с фокусами на оси ОХ, если действительная ее ось равна 16, а эксцентриситет равен  $5/4$ .
- 26.** Составить уравнение гиперболы, симметричной относительно координатных осей, с фокусами на оси ОХ, если расстояние между фокусами равно 6, а эксцентриситет равен  $3/2$ .
- 27.** Составить уравнение гиперболы, симметричной относительно координатных осей, с фокусами на оси ОХ, если расстояние между директрисами равно  $32/5$ , а мнимая ось равна 6.
- 28.** Составить уравнение параболы, симметричной относительно оси ОХ, с вершиной в начале координат, проходящей через точку  $A(-1;3)$ .
- 29.** Составить уравнение параболы, симметричной относительно оси ОУ, с вершиной в начале координат, проходящей через точку  $A(1;1)$ .
- 30.** Составить уравнение параболы, симметричной относительно оси ОУ, с вершиной в начале координат, проходящей через точку  $A(4;8)$ .
- 31-40.** Даны вершины  $A_1(X_1; Y_1; Z_1)$ ,  $A_2(X_2; Y_2; Z_2)$ ,  $A_3(X_3; Y_3; Z_3)$ ,  $A_4(X_4; Y_4; Z_4)$ . Средствами векторной алгебры найти:
- длину ребра  $A_1 A_2$
  - угол между ребрами  $A_1 A_2$  и  $A_1 A_3$
  - площадь грани  $A_1 A_2 A_3$
  - длину высоты пирамиды, проведенной из вершины  $A_4$
  - уравнение высоты пирамиды, проведенной из вершины  $A_4$
  - объем пирамиды  $A_1 A_2 A_3 A_4$
- 31.**  $A_1(7;0;3)$ ,  $A_2(3;0;-1)$ ,  $A_3(3;0;5)$ ,  $A_4(4;3;-2)$ .
- 32.**  $A_1(1;-1;6)$ ,  $A_2(2;5;-2)$ ,  $A_3(-3;3;3)$ ,  $A_4(4;1;5)$ .
- 33.**  $A_1(3;6;1)$ ,  $A_2(6;1;4)$ ,  $A_3(3;-6;10)$ ,  $A_4(7;5;4)$ .
- 34.**  $A_1(1;1;3)$ ,  $A_2(6;1;4)$ ,  $A_3(6;4;1)$ ,  $A_4(0;5;6)$ .
- 35.**  $A_1(4;4;5)$ ,  $A_2(10;2;3)$ ,  $A_3(-3;5;4)$ ,  $A_4(6;-2;2)$ .
- 36.**  $A_1(-1;2;5)$ ,  $A_2(-4;6;4)$ ,  $A_3(2;1;5)$ ,  $A_4(-1;-2;2)$ .
- 37.**  $A_1(2;-1;9)$ ,  $A_2(1;1;5)$ ,  $A_3(7;3;1)$ ,  $A_4(2;6;-2)$ .
- 38.**  $A_1(1;-2;2)$ ,  $A_2(-1;-3;4)$ ,  $A_3(5;5;-1)$ ,  $A_4(2;-4;5)$ .
- 39.**  $A_1(1;1;3)$ ,  $A_2(7;1;1)$ ,  $A_3(2;2;2)$ ,  $A_4(4;1;-1)$ .

40.  $A_1(3;1;2), A_2(5;0;-1), A_3(0;3;6), A_4(3;7;10).$

41-50. Составить уравнение плоскости, проходящей через:

41. Прямую  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$  и точку  $A(4;6;-3).$

42. Две параллельные прямые

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}.$$

43. Три точки  $A(1;2;3), B(2;1;4), C(3;-2;1).$

44. Две пересекающиеся прямые

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}.$$

45. Прямую и точку:

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{2} \quad \text{и} \quad A(1;2;0).$$

46. Прямую и точку:

$$\frac{x+4}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2} \quad \text{и} \quad A(2;1;-1).$$

47. Две параллельные прямые:

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{-3}.$$

48. Три точки :  $A(3;0;-1), B(4;1;0), C(2;-5;3).$

49. Две пересекающиеся прямые:

$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{4} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{6} = \frac{z-1}{2}.$$

50.  $A(2;0;-3), B(2;-5;3), C(3;-1;2).$

51-60. Найти указанные пределы (не используя правило Лопиталя):

51. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 - x + 2}{2x^5 + 3x^2 + 1}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{6x^2 - 16x - 6}$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}$  г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x \sin x}$

д)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x [\ln(2x-1) - \ln(2x-3)].$

52. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 - x - 1}{4x^6 + 4x^5 - x}$  б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 2x - 4}{3x^3 + 4x - 7}$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}}{3x}$  г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin x}{2x}$

д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\ln(1+2x)}.$

53. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - x + 1}{x^3 + 3x^2 + 4x - 6}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - x - 6}$

- В)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}$
- Д)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{3+x}{x}}$ .
54. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 - 3x^2 + 2x}{x^5 + x - 5}$
- В)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{7}}{\sqrt{x-2} - 1}$
- Д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x+4} \right)^{-2x}$ .
55. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 3x^2 + 5x}{x^3 + 10}$
- В)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}}{\sqrt{3x-2} - 2}$
- Д)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + 2 \cos x)^{\frac{3}{\cos x}}$ .
56. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^4 + 5x^2 - 2}{3x^4 - 4x^2 + x}$
- В)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{\sqrt{x} - 2}$
- Д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x+3} \right)^{3x-2}$ .
57. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 9}{x^2 + x + 1}$
- В)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}$
- Д)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x [\ln(x+3) - \ln(x-3)]$ .
58. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 2}{2x^2 + 3x + 4}$
- В)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{7}}$
- Д)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+4x)^{6/x+2}$ .
59. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^4 + x^3 + 6x^2}{-x^4 + x - 3}$
- В)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9} - 3}{\sqrt{x^2+3} - \sqrt{3}}$
- Д)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3 \sin x)^{2/\sin x}$ .
60. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 + x^6 + 2}{-x^7 - x^2 + 3}$
- б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 12x + 10}{2x^2 - 11x + 5}$
- г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos 2x}$
- б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{3x^2 + 4x - 7}$
- г)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin^2(x-2)}{x^2 - 4x + 4}$
- б)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$
- г)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \frac{\pi}{2} - x \right) \operatorname{tg} x$
- б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 14x + 12}{x^2 - 6x + 5}$
- г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$
- б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 3x + 2}$
- г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 6x \cdot \operatorname{ctg} 4x$
- б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - x - 14}{2x^2 + 16x + 24}$
- г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \cdot \sin x}$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 9}}{x^2}$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x}{1+2x} \right)^{-5x}.$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos^2 2x}{x \sin 3x}$$

**61-70.** Функция  $y=f(x)$  задана различными аналитическими выражениями для различных областей изменения независимой переменной. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Построить график функции:

$$61. \quad y = \begin{cases} -2, & x < 0 \\ -2\cos x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi + x, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$62. \quad y = \begin{cases} x+2, & x \leq -2 \\ 2-x, & -2 < x < 0 \\ x^2+2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$63. \quad y = \begin{cases} x, & x \leq -1 \\ 0.5, & -1 < x \leq \frac{\pi}{6} \\ \sin x, & x > \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$64. \quad y = \begin{cases} x^2-4, & x < -1 \\ 3x, & -1 \leq x \leq 3 \\ 5, & x > 3 \end{cases}$$

$$65. \quad y = \begin{cases} 2, & x < -1 \\ 2-2x, & -1 \leq x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$$

$$66. \quad y = \begin{cases} \frac{4}{x}, & x < -2 \\ x, & -2 \leq x < 0 \\ 1-x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$67. \quad y = \begin{cases} 0.5 \cdot \sqrt{4-x}, & x < 0 \\ \cos 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \\ -x, & x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$68. \quad y = \begin{cases} \cos x, & x \leq -\pi \\ -1, & -\pi < x \leq 0 \\ \sqrt{x+1}, & x > 0 \end{cases}$$

$$69. \quad y = \begin{cases} x+\pi, & x < -\pi \\ \sin x, & -\pi \leq x < 0 \\ 3-2x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$70. \quad y = \begin{cases} x^2-4, & x < -2 \\ 3x+2, & -2 \leq x \leq 2 \\ 12-x^2, & x > 2 \end{cases}$$

**71-80.** Найти производные:

$$71. \quad а) y = \frac{1}{\sqrt[3]{9x+4}} + \frac{12}{\sqrt[4]{x^3+10}}$$

$$б) y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 3x}$$

$$в) y = \ln \sqrt[6]{\frac{12}{e^{6x} - e^{-6x}}}$$

$$г) y = \frac{1}{9} \arccos\left(\frac{9}{x}\right)$$

$$д) x^2 \sin 2y - y^2 \cos 2x = 10$$



72. а)  $y = \frac{x^2}{\sqrt{4-x^3}}$  б)  $y = 5^{\frac{1}{\sin^3 2x}}$   
 в)  $y = \ln \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2}$  г)  $y = 6 \operatorname{arctg} \sqrt{1+3x}$   
 д)  $(e^y - 3x)^2 = x^2 + a^2$
73. а)  $y = \sqrt{\frac{x^2+2}{x^2-2}}$  б)  $y = \sin^6 10x + 2 \cos^6 10x$   
 в)  $y = \frac{1}{3} \ln \frac{x+4}{x^2-3x}$  г)  $y = \operatorname{arctg} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{4}$   
 д)  $x \cdot \operatorname{tgy} - 2x^2 + 3y^2 = 4$
74. а)  $y = \frac{x-4}{x+4} \sqrt{x^2-6}$  б)  $y = \sqrt[4]{\operatorname{tg} 8x + 1}$   
 в)  $y = \ln \sqrt[6]{1+e^{6x}+e^{4x}}$  г)  $y = \sqrt{4-x^2 + \arcsin \frac{5x}{2}}$   
 д)  $y^3 - x^2 = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$
75. а)  $y = \left( \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \right)^3$  б)  $y = e^{\sin x - 2 \cos x} (\sin x \cdot \cos 3x)$   
 в)  $y = \ln \sqrt{\operatorname{tg} \frac{x^2}{2} + 4}$  г)  $y = 4 \arcsin \frac{\sqrt{x+1}}{2}$
76. а)  $y = \sqrt[3]{(2x-3)(3-x^2)}$  б)  $y = \frac{\sin^2 \frac{x}{4}}{4 + \cos^2 \frac{x}{4}}$   
 в)  $y = \ln(\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2x})$  г)  $y^2 = x^2 + x \cdot \sin y$   
 д)  $y = x^2 \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{x^2+1}$
77. а)  $y = \frac{\sqrt{2x^2-1}}{x^2+1}$  б)  $y = e^{3x} (3 \sin 2x - 3 \cos 2x)$   
 в)  $y = (2 + \ln \sin 3x)^2$   
 г)  $y = (9x^2 + 4) \operatorname{arctg} 3x$   
 д)  $e^{2y^2} - e^{-3x} + \frac{y}{x^2} = 1$
78. а)  $y = \left( \frac{x}{3-4x^2} \right)^3$  б)  $y = \sqrt{1 + \sin 4x} - \sqrt{1 - \sin 4x}$   
 в)  $y = \ln \sqrt{e^{3x} + e^{-3x}}$  г)  $y = \sqrt{x} \cdot \arccos \frac{1}{\sqrt{x}}$   
 д)  $\ln(x^2 + y^2) + \operatorname{arctg} \frac{x^2}{y} = 0$

$$79. \quad \text{a)} y = \left(\sqrt[3]{x} + 1\right) \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 1\right)$$

$$\text{в)} y = \ln^3 \left(1 + e^{\frac{x^2}{3}}\right)$$

$$\text{д)} e^{y^2} + ax^2 e^{-y} = 2bx^2$$

$$\text{б)} y = \frac{1}{14} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} 7x}{1 - \operatorname{tg} 7x}$$

$$\text{г)} y = (a - b) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x^2}{x^2 - b}}$$

$$80. \quad \text{a)} y = \frac{9}{\sqrt{x^2 - 4x - 5}}$$

$$\text{в)} y = \ln \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x^2}{2}\right)$$

$$\text{д)} 3^{x+y^2} - x \cdot y^3 \ln 3 = 15$$

$$\text{б)} y = \frac{1}{\sin^3 10x}$$

$$\text{г)} y = \sqrt{1 - 4x^2} \arcsin 2x^2$$

**81-90.** Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  для функции, заданной параметрически:

$$81. \quad \begin{cases} x = \ln \cdot \cos^2 2t \\ y = \sin^2 2t \end{cases}$$

$$82. \quad \begin{cases} x = 1 - e^{5t} \\ y = \frac{e^{5t} - e^{-5t}}{3} \end{cases}$$

$$83. \quad \begin{cases} x = \frac{1-t}{t^2} \\ y = \frac{1+t}{t^2} \end{cases}$$

$$84. \quad \begin{cases} x = \sin^4 3t \\ y = \frac{1}{2} \cos^4 3t \end{cases}$$

$$85. \quad \begin{cases} x = \frac{1}{4} t^4 + t \\ y = \ln(t^3 + 1) \end{cases}$$

$$86. \quad \begin{cases} x = \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$$

$$87. \quad \begin{cases} y = \ln(1 + t^3) \\ x = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

$$88. \quad \begin{cases} x = \frac{\sin t}{1 + \sin t} \\ y = \frac{\cos t}{1 + \sin t} \end{cases}$$

$$89. \quad \begin{cases} x = 4 - e^{-3t} \\ y = \frac{3}{e^{3t} + 1} \end{cases}$$

$$90. \quad \begin{cases} x = a(2t + \sin t) \\ y = a(1 - 2\cos t) \end{cases}$$

**91-100.** Исследовать методами дифференциального исчисления и построить графики функций:

$$91. \quad \text{a)} y = 3 \left( \frac{x^4}{2} - x^2 \right)$$

$$\text{б)} y = 1 + \frac{4x+1}{x^2}$$

$$92. \quad \text{a)} y = x^5 - \frac{5}{3} x^3$$

$$\text{б)} y = \frac{x}{\ln \sqrt{x}}$$

$$93. \quad \text{a)} y = x^3 - 9x^2 + 24x - 15$$

$$\text{б)} y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

94. а)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 5$  б)  $y = \frac{x^2 + 16}{4x}$   
 95. а)  $y = (x - 3)^2(x - 2)$  б)  $y = (x + 1)e^{-2x}$   
 96. а)  $y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$  б)  $y = \frac{3x}{1 + x^2}$   
 97. а)  $y = x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{x^4}{4}$  б)  $y = \ln x - \frac{1}{2}x^2$   
 98. а)  $y = \frac{2x^3 - 6x^2 - 18x + 15}{10}$  б)  $y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$   
 99. а)  $y = x^5 - x^3 - 2x$  б)  $y = \ln(x^2 + 9)$   
 100. а)  $y = 1 - x^2 + \frac{x^4}{8}$  б)  $y = \frac{5x^2}{x^2 - 25}$

**101-110.** Найти частные производные функции:

101.  $z = \ln \operatorname{tg}^3 \left( \frac{x^2}{3} - \frac{y}{6} \right)$  102.  $z = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{3y}{4x^3}$   
 103.  $z = 6\sqrt[3]{1 + 4xy + x^2 + 3y^3}$   
 104.  $z = 12 \cos^2 \left( \frac{x}{3} - \frac{y^2}{4} \right)$  105.  $z = \frac{5x^2 - 2y}{x + 3y}$   
 106.  $z = (2x + y^2)e^{-x^2y}$  107.  $z = \sqrt{3x} \cdot \sin \frac{x}{y^2}$   
 108.  $z = 4a^2b^2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$   
 109.  $z = \sin^2(x + y^2) - \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 2y$   
 110.  $z = 2 \arcsin(x\sqrt{x^2 + 2})$

**111-120.** Найти неопределенные интегралы. Результат проверить дифференцированием:

111. а)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{4 - x^2}}$  б)  $\int \frac{2x - 1}{x^2 - x + 1} dx$   
 в)  $\int \sqrt[5]{x} \ln x dx$   
 112. а)  $\int \sqrt{(2 - x^2)^3} x dx$  б)  $\int \frac{6x - 7}{3x^2 - 7x + 11} dx$   
 в)  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$   
 113. а)  $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$  б)  $\int \frac{12x + 1}{6x^2 + x - 1} dx$   
 в)  $\int x \ln \frac{x}{x + 1} dx$   
 114. а)  $\int e^{-x^2} x dx$  б)  $\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 7x + 3x^2}}$

- В)  $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
115. а)  $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$  б)  $\int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{4x^2+4x+3}}$
- В)  $\int \arctg \sqrt{x} dx$
116. а)  $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{2+3\cos x}}$  б)  $\int \frac{(6x+1)dx}{3x^2+x-1}$
- В)  $\int x^3 \ln(1+x^2) dx$
117. а)  $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{\operatorname{tg} x - 1}}$  б)  $\int \frac{dx}{3x^2-2x+2}$
- В)  $\int \frac{\ln \cos x}{\sin^2 x} dx$
118. а)  $\int 2x(x^2+1)^5 dx$  б)  $\int \frac{(x-3)dx}{3+66x-11x^2}$
- В)  $\int \frac{x \cdot \cos x}{\sin^2 x} dx$
119. а)  $\int \frac{x^2 dx}{5-x^6}$  б)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x(3x+5)}}$
- В)  $\int x \cdot \arctg \sqrt{x^2-1} dx$
120. а)  $\int \frac{dx}{(1+x^2)\arctg^2 x}$  б)  $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2-x-1}}$
- В)  $\int x^2 \cos \frac{x}{2} dx$

121-130. Найти неопределенные интегралы:

121. а)  $\int \frac{3x^2+6}{x^3+x^2-2x} dx$  б)  $\int \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{x}}{6\sqrt[4]{x}} dx$
- В)  $\int \frac{dx}{1+\operatorname{tg} x}$
122. а)  $\int \frac{x^2+2}{(x+1)^3(x-2)} dx$  б)  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1+\sqrt[4]{x}}$
- В)  $\int \frac{\sin^3 x}{1+\cos^2 x} dx$
123. а)  $\int \frac{4x^2+x+1}{x^3-1} dx$  б)  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}+1} dx$
- В)  $\int \frac{dx}{1-\cos x}$
124. а)  $\int \frac{x+1}{x^3+4x^2+5x} dx$  б)  $\int \frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt[6]{x^7}+\sqrt[4]{x^5}} dx$

- В)  $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$
125. а)  $\int \frac{x}{x^3 + x^2 - 2} dx$  б)  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2} - x} dx$
- В)  $\int \sin x^3 \cos x dx$
126. а)  $\int \frac{xdx}{(x-1)^2(x+2)}$  б)  $\int \frac{\sqrt{x}dx}{x - \sqrt[3]{x^2}}$
- В)  $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$
127. а)  $\int \frac{x^2 dx}{(x^2 - 1)(x + 1)}$  б)  $\int \frac{dx}{(1 + \sqrt[3]{x})\sqrt{x}}$
- В)  $\int \frac{dx}{\sin^4 x}$
128. а)  $\int \frac{x^3 + x^2}{x^2 - 3x + 2} dx$  б)  $\int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[6]{x^5} - \sqrt[3]{x^2}} dx$
- В)  $\int \cos^4 x dx$
129. а)  $\int \frac{2x^2 + x + 1}{x^3 + x} dx$  б)  $\int \frac{1 + \sqrt[4]{x}}{x \cdot \sqrt{x}} dx$
- В)  $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$
130. а)  $\int \frac{x + 1}{2x^3 - 3x^2 + x} dx$  б)  $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x} + \sqrt[8]{x^3}}$
- В)  $\int \operatorname{tg}^7 x dx$

131. Вычислить объем тела вращения, образованного вращением во круг оси ординат фигуры, расположенной в первой четверти и ограниченной линиями:

$$y = 2 - x^2; y = x; x = 0.$$

132. Вычислить площадь фигуры, расположенной в верхней полуплоскости и ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 3x; 3x + y - 4 = 0; y = 0.$$

133. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 3 - x^2; y = x^2 + 1.$$

134. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2/x; y = x + 1; x = 3.$$

**135.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси абсцисс фигуры, расположенной в первой четверти и ограниченной линиями:

$$x + y = 4; y = 3x; y = 0.$$

**136.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x + y = 0; y = 2x - x^2.$$

**137.** Криволинейная трапеция, ограниченная линиями:  $y = e^{-x}$ ,  $y = 0$ ,  $x=0$ ,  $x = 1$ , вращается вокруг оси абсцисс.

Вычислить объем тела, которое при этом образуется.

**138.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = \sin x$  и  $y = \cos x$  и лежащей между любыми двумя точками пересечения этих кривых.

**139.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y^2 = 4x, x = 4.$$

**140.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = 2x.$$

**141-150.** Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

**141.**  $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$

**142.**  $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^5 x}$

**143.**  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(2x-1)^3}$

**144.**  $\int_4^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 9}$

**145.**  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

**146.**  $\int_0^{\infty} \frac{(x+1)dx}{2+2x+x^2}$

**147.**  $\int_1^0 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

**148.**  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt{\ln x}}$

**149.**  $\int_1^{\infty} \frac{xdx}{x^4 + 9}$

**150.**  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}$

**151-160.** Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения:

**151.**  $x^2 y' - y^2 = x^2$

**152.**  $y' + 2xy = 2x e^{-x^2}$

**153.**  $(x^2 + 2x + 1)y' - (x + 1)y = x - 1$

$$154. \quad y' = x^2 + 2x - 2y$$

$$155. \quad 4x^2 - xy + y^2 + y'(x^2 - xy + 4y^2) = 0$$

$$156. \quad y' = \frac{2xy}{3x^2 - y^2}$$

$$157. \quad xy' = \sqrt{y^2 - x^2} + y$$

$$158. \quad 2xy' - y = 3x^2$$

$$159. \quad y' - 2xy = 2xe^{x^2}$$

$$160. \quad y' - y \cos x = \sin 2x$$

**161-170.** Найти частное решение дифференциального уравнения  $y'' = py' + qy = f(x)$ , удовлетворяющего начальным условиям  $y(0) = y_0$ ;  $y'(0) = y'_0$ :

$$161. \quad y'' - 4y' + 3y = e^{5x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 9.$$

$$162. \quad y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3, \quad y(0) = \frac{4}{3}, \quad y'(0) = \frac{1}{27}.$$

$$163. \quad y'' - 4y' + 4y = e^{2x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 8.$$

$$164. \quad y'' + y = \cos 3x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$165. \quad y'' - 8y' + 16y = e^{4x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$166. \quad y'' + 9y' = 6e^{3x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

$$167. \quad y'' + y = 2\cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

$$168. \quad y'' - 4y' + 5y = 2x^2e^x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0.$$

$$169. \quad y'' + 6y' + 9y = 10\sin x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$

$$170. \quad y'' + y' - 2y = \cos x - 3\sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

**171-180.** Найти область сходимости ряда степенного:

$$171. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 + 2n + 1}$$

$$172. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n \cdot x^n}{n^3 - 1}$$

$$173. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$$

$$174. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^{2n}}{n+1}$$

$$175. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(n+1)}$$

$$176. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^{n-1}}{3^n \cdot n}$$

$$177. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(3n+1)^2}$$

$$178. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot x^{2n}}{2^n \cdot 3^{n+1}}$$

$$179. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{3^n(n+1)}$$

$$180. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{4n}}{6^n(n+2)}$$

**181-190.** Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и почленно интегрируя этот ряд:

$$181. \int_0^{0,1} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$$

$$183. \int_0^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx$$

$$185. \int_0^1 \cos \sqrt{x} dx$$

$$187. \int_0^1 \sqrt[3]{x} \cdot \cos x dx$$

$$189. \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$$

$$182. \int_0^{0,2} \frac{\sin x}{x} dx$$

$$184. \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

$$186. \int_0^{\frac{1}{9}} \sqrt{x} \cdot e^x dx$$

$$188. \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}$$

$$190. \int_0^{0,5} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx$$